Головне управління освіти і науки
Дніпропетровської обласної державної адміністрації

Відділ освіти Солонянської районної державної адміністрації

**Комунальний заклад освіти
«Дзержинівська середня загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів
Солонянської районної ради Дніпропетровської області»**

Способи усного рахунку

Фокіна Л.О.

Дзержинівка
2011

Фокіна Любов Олексіївна. Вчитель математики Комунального закладу освіти «Дзержинівська середня загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів Солонянської районної ради Дніпропетровської області». Способи усного рахунку. – 22 с.

Школа повинна готувати учня до життя. Саме тому найважливішим є розвиток логічного мислення, уміння швидко лічити, тобто робити те, з чим людина постійно зустрічається в повсякденному житті. В даному матеріалі пропонуються способи усного рахунку, які спрощують процес лічби, та є доступними для кожного учня. Посібник буде корисним учням та вчителям.

Матеріал схвалено методичною радою школи

Головною тезою сучасної освіти є те, що школа повинна готувати до життя. Саме тому найважливішим є розвиток логічного мислення, уміння швидко лічити, тобто робити те, з чим людина постійно зустрічається в повсякденному житті. Навички усних обчислень є важливим елементом загального і математичного розвитку. Вони розвивають пам'ять учнів, швидкість їхньої реакції, вдосконалюють уміння зосереджуватися.

У наш час існує думка, що обчислювальна робота стала справою комп'ютерів, а людині це не потрібно. Але звільняючи учня від обчислень, ми звільняємо його від розумового розвитку. Якщо вчитель це розуміє, то обов'язково знаходить час на вироблення прийомів усних обчислень. На кожному уроці можна відвести 5 хв на цілеспрямовані усні обчислення. Це важливо не тільки для учнів 5–6-х класів, а й для старшокласників.

Роль усних обчислень у вивченні математики

Одним із важливих завдань навчання математики є формування в учнів свідомих і міцних обчислювальних навичок, основи яких закладаються в 1—7-х класах. У цей період учні вчаться свідомо використовувати закони математичних дій. У наступних класах одержані вміння та навички удосконалюються і закріплюються в процесі вивчення алгебри, геометрії, фізики, хімії та інших навчальних предметів.

Обчислювальні вміння і навички можна вважати сформованими тільки в тому випадку, якщо учні вміють з достатньою швидкістю виконувати математичні дії з натуральними та раціональними числами, десятковими та звичайними дробами, а також здійснювати тотожні перетворення числових виразів і наближені обчислення.

Велике значення мають усні обчислення для свідомого засвоєння законів і властивостей арифметичних дій; вони сприяють закріпленню, знань і дають можливість швидко перевіряти ці знання.

Наприклад, під час вивчення ділення багатоцифрових чисел потрібно усно повторити таблицю ділення (48 : 6, 56 : 7 тощо), нетабличне ділення (63 : 3, 75 : 5 тощо), ділення з остачею (96 : 31, 64 : 17 тощо). Після такої підготовки учні швидко засвоять випадки ділення будь-яких чисел {264 : 8, 7 381 500 : 35 тощо).

Перед вивченням переставного і сполучного законів додавання можна запропонувати вправи, аналогічні до тих, які розв'язувалися в молодших класах (23 + 37 + 22 + 13, 629 + 168 + 371 тощо).

Перед вивченням додавання десяткових дробів доцільно розглянути вправи на усні обчислення з перестановкою доданків спочатку з цілими числами, потім зі звичайними дробами, а далі перейти до прикладів на дії з десятковими дробами (2,65 + 4,783 + 7,35 тощо).

В учнів викликає труднощі знаходження невідомого компонента арифметичної дії. Часом навіть учні 7-го класу, розв'язуючи рівняння 125 : x = 500 або 36 · x = 12 роблять помилки. Через це доцільно проводити усні обчислення під час розв'язування таких задач.

1. Якщо до 19 додати задумане число, то одержимо 34. Яке число задумано?
2. Якщо до 285 додати задумане число, то одержимо 809. Яке це число?
3. Яке число потрібно збільшити в 5 раз, щоб одержати 820?

Поступове, планомірне збільшення труднощів підвищує інтерес учнів до предмета, викликає бажання самостійно долати ці труднощі.

Виконуючи усні обчислення, учні формують навички відшукання раціональних способів обчислення.

Для закріплення та перевірки знань законів арифметичних дій у випадку дробових чисел учням можна запропонувати розв'язати усно (з обґрунтуванням вибору порядку дій) приклади такого типу:

847 + 167(0,125 + 0,88) : 0,04.

Усна лічба дає змогу вчителю швидко визначити рівень підготовки класу, знання учнів з тієї або іншої теми. Письмові обчислення переважно виконуються за алгоритмом. Під час усних обчислень готові алгоритми, як правило, не використовуються, а тому учні мислять активніше і творчо.

Якщо учні погано знають назви компонентів дій, то під час вивчення тем додавання і віднімання, ділення і множення багатоцифрових чисел можна запропонувати їм вправи на знаходження невідомого компонента, розв'язування яких сприяє засвоєнню назв компонентів і залежності між ними та результатом дії.

1. Чому дорівнює зменшуване, якщо від'ємник дорівнює 99, а різниця 2300?
2. Чому дорівнює від'ємник, якщо зменшуване 243, а різниця 198?
3. Чому дорівнює перший множник, якщо другий множник 11, а добуток 572?

Організація і методика проведення усних обчислень

Серед загальних вимог, що стосуються підготовки учнів до проведення усних обчислень, варто назвати такі.

1. Усні обчислення потрібно пропонувати учням, лише з'ясувавши заздалегідь, наскільки вони володіють прийомами усної лічби в обсязі програмних вимог попередніх років навчання.
2. Готуючись до уроку, учитель повинен добирати усні вправи залежно від мети навчальної діяльності (вправи є підготовчими до вивчення нової теми, на повторення тощо).
3. Можна також пропонувати учням самим добирати вправи для усної лічби.
4. Для усних обчислень доцільно відводити на уроці 5—7 хв. У більшості випадків тривалість усних обчислень визначає сам учитель, оскільки час, відведений для усної лічби, залежить від активності й підготовленості учнів, характеру матеріалу тощо.
5. Усну лічбу не обов'язково проводити на початку уроку. Вона може бути ефективною як у середині уроку (наприклад, після вивчення нового правила та для закріплення його), а також наприкінці уроку в процесі підбивання підсумків.
6. Усна лічба може бути підготовчим етапом до розв'язування задач підвищеної складності.
7. Оскільки під час усної лічби важливий темп виконання завдань, то вчителю потрібно звернути особливу увагу на те, щоб нічого не заважало учням і не відвертало їхню увагу.
8. Під час усних обчислень кінцевий результат учні одержують усно і проміжні результати не записують.

Види вправ для усної лічби

1. Вправи, що сприймаються на слух.
2. Зорові вправи.
3. Зорово-слухові вправи.

Способи усного рахунку

1. Додавання та віднімання натуральних чисел

1. Переставний та сполучний закони додавання.

$$a + в = в + a,$$
$$(a + в) + c = a + (в + c).$$

Приклади:
1) 425 + 189 + 175 = (425 + 175) + 189 = 600 + 189 = 789;
2) 4831 + 7489 + 5169 = (5169 + 4831) + 7489 = 10 000 + 7489 = 17 489;
3) 238 + 487 + 362 = (238 + 362) + 487 = 600 + 487 = 1087;
4) (135 + 134) + 136 = 135 + (134 + 136) = 135 + 270 = 405;
5) 345 + 123 + 747 + 655 = (345 + 655) + (123 + 747) = 1000 + 870 = 1870.

2. Перестановка членів алгебраїчної суми.

Приклад:
5687 + 579 – 687 = 5687 – 687 + 579 = 5000 + 579 = 5579.

3. Додавання різниці до числа.

$$a + (в – c) = (a + в) – c,$$
$$a + (в – c) = (a – c) + в.$$

Приклади:
1) 642 + (358 – 269) = (642 + 358) – 269 = 1000 – 269 = 731;
2) 548 + (629 – 348) = (548 – 348) + 629 = 200 + 629 = 829.

4. Віднімання суми від числа.

$$a – (в + c) = (a – в) – c$$

Приклад:
847 – (147 + 278) = (847 – 147) – 278 = 700 – 278 = 422.

5. Віднімання різниці від числа.

$$a – (в – c) = (a – в) + c,$$
$$a – (в – c) = a – в + c = (a + c) – в.$$

Приклади:
1) 912 – (212 – 137) = (912 – 212) + 137 = 700 + 137 = 837;
2) 827 – (368 – 173) = 827 – 368 + 173 = (827 + 173) – 368 = 1000 – 368 = 632.

6. Віднімання числа від суми.

$$(a + в) – c = (a – c) + в = a + (в – c).$$

Приклади:

1) (357 + 476) – 257 = (357 – 257) + 476 = 100 + 476 = 576;
2) (893 + 356) – 256 = 893 + (356 – 256) = 893 + 100 = 993.

7. Віднімання числа від різниці.

$$(a – в) – c = (a – c) – в,$$
$$(a – в) – c = a – (в + c).$$

Приклади:

1) (826 – 438) – 126 = (826 – 126) – 438 = 700 – 438 = 262;
2) (624 – 358) – 142 = 624 – (358 + 142) = 624 – 500 = 124.

8. Віднімання суми від суми.

Приклад:

(343 + 674) – (243 + 324) = (343 – 243) + (674 – 324) = 100 + 350 = 450.

9. Віднімання різниці від різниці.

Приклад:

(823 – 235) – (723 – 435) = (823 – 723) + (435 – 235) = 100 + 200 = 300.

10. Округлення одного або кількох доданків.

Приклади:

1) 1199 + 406 = (1200 + 406) – 1 = 1605;
2) 994 + 196 = 1000 + 200 – 4 – 6 = 1200 – 10 = 1190.

11. Округлення зменшуваного або від'ємника.

Приклади:

1) 792 – 246 = (800 – 246) – 8 = 554 – 8 = 546;
2) 783 – 598 = (783 – 600) + 2 = 183 + 2 = 185.

12. Збільшення або зменшення зменшуваного і від'ємника на однакову кількість одиниць.

Приклад:

121 – 96 = (121 + 4) – (96 + 4) = 125 – 100 = 25.

13. Якщо один з доданків збільшити на кілька одиниць, то від суми треба відняти стільки ж одиниць.

Приклад:

493 + 392 = 493 + (392 + 8) – 8 = 493 + 400 – 8 = 893 – 8 = 885.

14. Якщо один з доданків збільшити на кілька одиниць, а другий зменшити на стільки ж одиниць, то сума не зміниться.

Приклад:
992 + 856 = (992 + 8) + (856 – 8) = 1000 + 848 = 1848.

15. Якщо від суми двох чисел відняти їх різницю, то в результаті матимемо подвоєне менше число, тобто

$$(a + в) – (a – в) = 2в.$$

Приклад:
(43 + 29) – (43 – 29) = 58.

16. Якщо до суми двох чисел додати їх різницю, то в результаті матимемо подвоєне більше число, тобто

$$(a + в) + (a – в) = 2a.$$

Приклад:
(87 + 36) + (87 – 36) = 174.

17. Додавання в стовпчик.

Суму цифр кожного розряду додають окремо. Цифра десятків у сумі попереднього розряду додається до цифри одиниць наступної суми.

Приклади:

1)
```
+ 358
  439
+ 746
  932
  ----
+  25
+ 15
   23
  ----
  2475
```

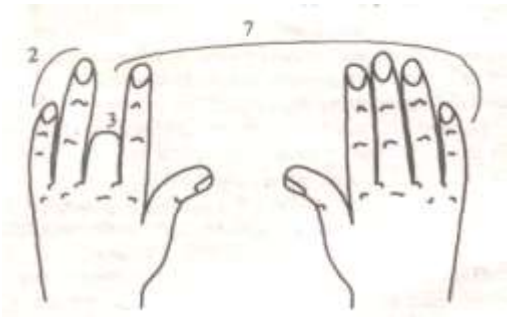
2)
```
+  597
   1289
+ 67382
+ 95895
  ------
+   23
+   34
+   18
+   13
+  15
  ------
  165163
```

2. Множення та ділення натуральних чисел

1. Множення одноцифрового числа на 9(множення «на пальцях»).

Покладемо кисті рук долонями на парту і пронумеруємо пальці зліва направо. Під час множення на 9 піднімаємо або загинаємо той палець, номер якого є першим множником. Кількість пальців зліва від піднятого означає кількість десятків добутку, а справа — кількість одиниць.

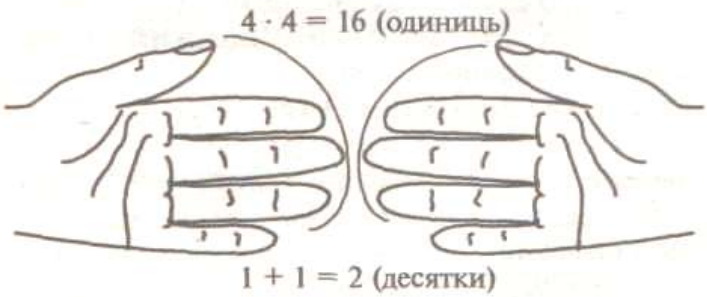
Наприклад, щоб помножити 3 на 9, загинаємо 3-й палець. Зліва від нього — 2 пальці, а справа – 7. Тому добуток 3 · 9 містить 2 десятки та 7 одиниць, тобто 3 · 9 = 27.



2. Множення однакових одноцифрових чисел, більших за 5.

Зіставляємо пальці рук так, щоб мізинець знаходився напроти мізинця, безіменний – напроти безіменного, середній – напроти середнього і т.д. На кожній із рук відокремлюємо знизу кількість пальців, що дорівнює різниці числа, яке множимо, і числа 5. Кількість пальців, що знаходяться знизу, — це кількість десятків. Кількість пальців лівої та правої рук, що знаходяться зверху, перемножаемо і результат є кількістю одиниць добутку.

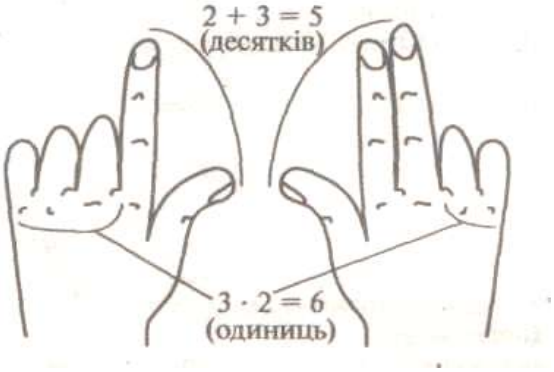
Наприклад, під час множення 6 на 6 відокремлюємо на кожній із рук знизу 6 — 5=1 палець. Тоді добуток міститиме 1 + 1 = 2 десятки та 4 · 4 = 16 одиниць: 6 · 6 = 20 + 16 = 36.



4 · 4 = 16 (одиниць)
1 + 1 = 2 (десятки)

3. Множення різних одноцифрових чисел, більших за 5.

Нехай потрібно помножити 7 на 8. На лівій руці, зігнутій у кулак, розгинаємо 2 пальці (7 – 5 = 2), а на правій – 3 пальці (8 – 5 = 3). Кількість розігнутих пальців рук 2 + 3 = 5 є кількістю десятків добутку. Кількість зігнутих пальців перемножуємо: 2 · 3 = 6 і результат є кількістю одиниць. Отже, 7 · 8 = 50 + 6 = 56.



Вправи з множення «на пальцях» доцільно виконувати з учнями замість фізкультхвилинки під час вивчення таблиці множення.

4. Множення і ділення на 4 (або 8).

Помножити на 4 (або 8) — означає двічі (або тричі) подвоїти число.
Приклади:
$26 \cdot 4 = 52 \cdot 2 = 104$;
$126 \cdot 4 = 252 \cdot 2 = 504$.
Розділити на 4 (або 8) означає послідовно 2 (або 3) рази поділити дане число на 2.

5. Множення числа на 5.

5 – це половина 10, тому спочатку потрібно число поділити на 2 (якщо воно парне) і дописати 0, або навпаки, якщо непарне – дописати 0, а потім розділити на 2.

$46 \cdot 5 = 46 : 2 = 23 \cdot 10 = 230$;
$67 \cdot 5 = 67 \cdot 10 : 2 = 335$.

Щоб розділити число на 5, виконуються аналогічні дії у зворотному порядку.

$46 : 5 = 4{,}6 \cdot 2 = 9{,}2$;
$320 : 5 = 32 \cdot 2 = 64$
або навпаки
$46 : 5 = 92 : 10 = 9{,}2$;
$320 : 5 = 640 : 10 = 64$.
Такі обчислення можна виконувати після вивчення десяткових дробів.

6. Множення на 9, 99, 999.

До першого множника дописують стільки нулів, скільки дев'яток у другому множнику, і від результату віднімають перший множник.
Приклади:
1)$337 \cdot 9 = 3370 – 337 = 3033$.
2)$42 \cdot 99 = 4200 – 42 = 4158$.
3) $18 \cdot 999 = 18\,000 – 18 = 17\,982$.

7. Множення чисел на 11.

Записують останню цифру числа (цифру з розряду одиниць), потім послідовно справа наліво записують суми двох сусідніх цифр числа, нарешті першу цифру числа.
Приклади:

1)54 · 11=594.

а) Пишемо 4;

б) 5 + 4 = 9, пишемо 9;

в) пишемо 5.

2) 124 · 11 = 1364.

Записуємо справа наліво:

4; 6 = 2 + 4; 3 = 1 + 2; 1.

3)236 · 11 = 2596.

Записуємо справа наліво:

6; 9 = 3 + 6; 5 = 2 + 3; 2.

Якщо одна із сум сусідніх цифр виявиться більшою від 9, то на відповідному місці записують цифру одиниць знайденої суми, а до наступної суми додають 1. Додають одиницю і до останньої цифри множника, якщо попередня сума перевищувала 9.

Приклади:

1) 68 · 11 = 748.

а) Пишемо 8;

б) 6 + 8 = 14, пишемо 4, пам'ятаємо 1;

в) 6 + 1 = 7, пишемо 7.

2) 4769 · 11 = 52459.

а) Пишемо 9;

б) 9 + 6 = 15, пишемо 5, пам'ятаємо 1;

в) (6 + 7) + 1 = 14, пишемо 4, пам'ятаємо 1;

г) (4 + 7) + 1 = 12, пишемо 2, пам'ятаємо 1;

д) 4 + 1 = 5, пишемо 5.

8. Множення одноцифрового або двоцифрового числа на 37.

Спосіб побудований на рівностях:

2 · 37 = 74, 3 · 37 =111.

Користуючись законами дистрибутивності й цими рівностями, можна спростити процес множення в усіх згаданих випадках.

Приклади:

1) 6 · 37 = 37 · 3 · 2 = 222.

2) 8 · 37 = (6 + 2) · 37 = 222 + 74 = 296.

3) 45 · 37 = (48 – 3) · 37 = 48 · 37 – 3 · 37 = 16 · 3 · 37 – 3 · 37 = 111 · (16 – 1)= 15 · 111 = 1665.

9. Множення числа на 15.

$$a \cdot 15 = a \cdot (10 + 5).$$

Приклади:

1) 31 · 15 = 31 · (10 + 5) = 310 + 155 = 465;

2)24 · 15 = 240 + 120 = 360;

3) 17 · 15 = 170 + 85 = 255.

Або інакше.
15 – півтора десятки. Тому, щоб помножити на 15, до числа додаємо його половину (якщо число парне) і дописуємо 0, а якщо непарне, то спочатку дописуємо 0, а потім додаємо половину.
Приклади:
1) 46 ·15 = (46 + 23) ·10 = 690;
2) 35 ·15 = 350 + 175 = 525

10. Множення числа на 25.

$$a \cdot 25 = \frac{a \cdot 100}{4}$$

Приклади:
1) $36 \cdot 25 = \frac{36 \cdot 100}{4} = 900$
2) $844 \cdot 25 = \frac{844 \cdot 100}{4} = 21100$
3) $37 \cdot 25 = \frac{37 \cdot 100}{4} = 925$

Множення числа на 25 можна виконувати інакше.
25 – це чверть сотні, тому помножити на 25 – означає розділити на 4 (якщо число ділиться на 4 або хоча б парне) і помножити на 100. Якщо непарне – виконати дії у зворотному порядку, тобто помножити на 100 і розділити на 4.
Приклади:
1) 36 · 25 = 9 · 100 = 900;
2) 46 · 25 = 11,5 · 100=1150;
3) 23 · 25 = 23 · 100 : 4 = 575.

11. Множення числа на 50 і 500.

$$a \cdot 50 = \frac{a \cdot 100}{2},$$

$$a \cdot 500 = \frac{a \cdot 1000}{2}.$$

Приклади:
1) $47 \cdot 50 = \frac{47 \cdot 100}{2} = 2350;$
2) $86 \cdot 50 = \frac{86 \cdot 100}{2} = 4300;$
3) $2884 \cdot 50 = \frac{2884 \cdot 100}{2} = 144200;$
4) $135 \cdot 500 = \frac{135 \cdot 1000}{2} = 67500$

12. Множення числа на 75.

$$a \cdot 75 = a \cdot (100 - 25) = a \cdot 100 - a \cdot 25.$$

Приклади:
1) $48 \cdot 75 = 48 \cdot 100 - 48 \cdot 25 = 4800 - 1200 = 3600$;
2) $57 \cdot 75 = 57 \cdot 100 - 57 \cdot 25 = 5700 - 425 = 4275$.

13. Множення числа на 125.

Приклади:
1) $28 \cdot 125 = 28 \cdot (100 + 25) = 2800 + 700 = 3500$;
2) $49 \cdot 125 = 49 \cdot (100 + 25) = 4900 + 1225 = 6125$;
3) $48 \cdot 125 = \frac{48 \cdot 1000}{8} = 6 \cdot 1000 = 6000$
4) $43 \cdot 125 = (40 + 3) \cdot 125 = 40 \cdot 125 + 3 \cdot 125 = \frac{40 \cdot 1000}{8} + 3 \cdot 125 = 5000 + 375 = 5375$

14. Інший спосіб множення на 5, 25, 125.
Ділять дане число відповідно на 2, 4, 8 і результат множать на 10, 100, 1000.

Приклади:
1) $58 \cdot 5 = 58 : 2 \cdot 10 = 290$.
2) $36 \cdot 25 = 36 : 4 \cdot 100 = 900$.
3) $32 \cdot 125 = 32 : 8 \cdot 1000 = 4000$.

Якщо множник не ділиться націло на 2, 4 або 8, то ділення виконується з остачею. Потім частку множать відповідно на 10, 100 або 1000, а остачу на 5, 25 або 125.
Приклади:
1) $23 \cdot 5 = 10 \cdot 10 + 3 \cdot 5 = 100 + 15 = 115$, ($23 : 2 = 10$ і 3 в остачі).
2) $43 \cdot 25 = 10 \cdot 100 + 3 \cdot 25 = 1000 + 75 = 1075$, ($43 : 4 = 10$ і 3 в остачі).
3) $99 \cdot 125 = 12 \cdot 1000 + 6 \cdot 125 = 120\,000 + 750 = 120\,750$, ($99 : 8 = 12$ і 3 в остачі).
Інколи зручно змінювати порядок дій, виконуючи спочатку ділення на 10, 100, 1000, а потім множення.

15. Ділення на 25.
Виконується протилежними діями.

Приклади:
1) $23 : 25 = 23 : 100 \cdot 4 = 0{,}23 \cdot 4 = 0{,}46 \cdot 2 = 0{,}92$;
2) $52 : 25 = 0{,}52 \cdot 4 = 1{,}04 \cdot 2 = 2{,}08$.

16. Множення числа на 155

$$a \cdot 155 = a \cdot 100 + a \cdot 50 + a \cdot 5$$

Приклад:
$4 \cdot 155 = 4 \cdot 100 + 4 \cdot 50 + 4 \cdot 5 = 400 + 200 + 20 = 620$.

17. Множення числа на 175.

$$a \cdot 175 = a \cdot (200 - 25) = a \cdot 200 - a \cdot 25$$
$$a \cdot 175 = a \cdot 100 + a \cdot 50 + a \cdot 25$$

Приклади:
1) $32 \cdot 175 = 32 \cdot (200 - 25) = 32 \cdot 200 - 32 \cdot 25 = 6400 - 800 = 5600$;
2) $32 \cdot 175 = 32 \cdot 100 + 32 \cdot 50 + 32 \cdot 25 = 3200 + 1600 + 800 = 5600$.

18. Множення числа на 250.

$$a \cdot 250 = \frac{a \cdot 1000}{4}$$

Приклад:

$$48 \cdot 250 = \frac{48 \cdot 1000}{4} = 12000$$

19. Множення числа на число, близьке до 10, 100, 1000 і т.д.

Приклади:
1) $24 \cdot 8 = 24 \cdot 10 - 24 \cdot 2 = 192$;
2) $47 \cdot 9 = 47 \cdot 10 - 47 \cdot 1 = 470 - 47 = 423$;
3) $26 \cdot 98 = 26 \cdot 100 - 26 \cdot 2 = 2600 - 52 = 2548$;
4) $75 \cdot 99 = 75 \cdot 100 - 75 \cdot 1 = 7500 - 75 = 7425$;
5) $351 \cdot 998 = 351 \cdot 1000 - 351 \cdot 2 = 351\,000 - 702 = 350\,298$.

20. Множення двоцифрового числа на 101.

Приклади:
1) $47 \cdot 101 = 47 \cdot 100 + 47 \cdot 1 = 4747$;
2) $58 \cdot 101 = 5858$;
3) $92 \cdot 101 = 9292$;
4) $31 \cdot 101 = 3131$.

21. Множення трицифрового числа на 1001.

Приклади:
1) $347 \cdot 1001 = 347 \cdot 1000 + 347 \cdot 1 = 347\,347$;
2) $1001 \cdot 528 = 528\,528$;
3) $985 \cdot 1001 = 985\,985$;
4) $115 \cdot 1001 = 115\,115$.

Число 1001 — називають числом Шахразади. Воно цікаве тим, що є добутком простих чисел 7, 11 і 13: $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$.

Під час множення будь-якого трицифрового числа на 1001 утворюється шестицифрове число, записане двічі тими самими цифрами, що й дане. На цій властивості ґрунтуються деякі числові фокуси.

Приклад.

Напишіть будь-яке трицифрове число, потім припишіть до нього таке саме число (одержали шестицифрове число). Поділіть одержане число на 11, потім на 13, а результат помножте на 4. Яке число одержали?

Щоб відгадати задумане число, ведучому слід названий результат поділити на 7 і на 4, тобто на добуток 7 · 4 = 28.

Наприклад, задумано число 265. Тоді 265 265:11:13 · 4 = 7420.

Щоб дістати задумане число із 7420, треба його поділити на 28:

7420 : 28 = 265.

Взагалі якщо пропонується шестицифрове число поділити на будь-які два множники розкладу числа 1001 (7, 11 або 13), а результат помножити на деяке число *n*, то для відгадування задуманого числа результат слід поділити на добуток третього множника розкладу і числа *n*.

22. Множення на двоцифрове число, що закінчується цифрою 9.

Під час множення на 19, 29, 39, ..., 99 дане число множать відповідно на 20, 30, 40,..., 100 і від одержаного добутку віднімають дане число.

Приклади:

1) 48 · 19 = 48 · 20 – 48 = 960 – 48 = 912;
2) 63 · 39 = 63 · 40 – 63 = 2520 – 63 = 2457;
3) 36 · 89 = 36 · 90 – 36 = 3240 – 36 = 3204;
4) 23 · 79 = 23 · 80 – 23 = 1840 – 23 = 1817.

23. Розподільний закон множення.

$$(a + в) \cdot c = ac + bc,$$
$$(a – в) \cdot c = ac – bc.$$

Приклади:

1) 41 · 8 = (40 + 1) · 8 = 320 + 8 = 328;
2) 74 · 9 = (70 + 4) · 9 = 630 + 36 = 666;
3) 49 · 4 = (50 – 1) · 4 = 200 – 4 = 196;
4) 198 · 4 = (200 – 2) · 4 = 800 – 8 = 792;
5) 202 · 3 = (200 + 2) · 3 = 600 + 6 = 606;
6) 397 · 5 = (400 – 3) · 5 = 2000 – 15 = 1985.

24. Ділення суми на число.

Якщо *a* і *b* діляться на с, то

$$(a + в) : c = a : c + в : c,$$
$$(a – в) : c = a : c – в : c.$$

Приклади:

1) 92 : 4 = (100 – 8) : 4 = 100 : 4 – 8 : 4 = 25 – 2 = 23; 92 : 4 = (80 + 12) : 4 = 20 + + 3 = 23;
2) 132 : 6 = (120 + 12) : 6 = 20 + 2 = 22;
3) 125 : 25 = (100 + 25) : 25 = 4 + 1 = 5;

4) 175 : 25 = (200 – 25) : 25 = 8 – 1 = 7.

25. Квадрати чисел, що закінчуються цифрою 5.

Квадрат двоцифрового числа $\overline{a5}$ є числом, що дорівнює

$$a(a + 1)\cdot 100 + 5 \cdot 5$$

Квадрат трицифрового числа $\overline{ав5}$ обчислюється так:

$$\overline{ав}\cdot(\overline{ав} + 1)\cdot 100 + 25$$

Приклади:

1) $75^2 = 7 \cdot 8 \cdot 100 + 25 = 5625$;

2) $95^2 = 9 \cdot 10 \cdot 100 + 25 = 9025$;

3) $115^2 = 11 \cdot 12 \cdot 100 + 25 = 13\,225$;

4) $245^2 = 24 \cdot 25 \cdot 100 + 25 = 60\,025$.

26. Множення методом Ферроля.

Щоб знайти одиниці добутку, перемножують одиниці множників, цифру одиниць записують, цифру десятків запам'ятовують; щоб знайти десятки, множать десятки одного на одиниці другого множника і навпаки, ці результати і десятки з попереднього результату додають, цифру одиниць записують, цифру десятків запам'ятовують і пізніше додають до наступного числа; щоб знайти сотні, перемножують десятки. Цей спосіб множення випливає з тотожності:

$$(10a + в)(10c + d) = 100ac + 10(ad + bc) + bd.$$

Приклади:

1) 37 · 48 = 1776.

а) 7 · 8 = 56, пишемо 6, пам'ятаємо 5;

б) 3 · 8 + 4 · 7 + 5 = 24 + 28 + 5 = 57, пишемо 7, пам'ятаємо 5;

в) 4 · 3 + 5 = 17, пишемо 17.

2) 49 · 24=1176.

а) 9 · 4 = 36, пишемо 6, пам'ятаємо 3;

б) 4 · 4 + 9 · 2 + 3 = 37, пишемо 7, пам'ятаємо 3;

в) 4 · 2 + 3=11, пишемо 11.

Методом Ферроля легко усно множити двоцифрові числа від 10 до 20.

Приклад.

16 · 23 = 368.

Множимо так (підкреслено цифри, які записуємо):

а) 6 · 3 = 1<u>8</u>;

б) 1 · 3 + 2 · 6 + 1 = 1<u>6</u>;

в) 1 · 2 + 1 = <u>3</u>.

Можна множити і трицифрове число на двоцифрове.

Приклад:

136 · 28 = 3808.

а) 6 · 8 = 48, пишемо 8, пам'ятаємо 4;

б) (3 · 8 + 2 · 6) + 4 = 40, пишемо 0, пам'ятаємо 4;

в) (8 · 1 + 3 · 2) + 4 =18, пишемо 8, пам'ятаємо 1;

г) $2 \cdot 1 + 1 = 3$, пишемо 3.

27. Множення чисел, у яких число десятків однакове, а сума одиниць дорівнює 10.

Число десятків будь-якого множника множать на число, більше на 1, потім множать окремо одиниці даних чисел і до першого результату справа приписують другий. Цей спосіб базується на тотожності:

$$(10a + в)(10a + c) = 100a(a + 1) + bc, \text{ якщо } в + c = 10.$$

Приклад:

$302 \cdot 308 = 93016$.

а) $30 \cdot (30 + 1) = 930$, пишемо 930;

б) $2 \cdot 8 = 16$, приписуємо справа 16.

28. Піднесення до квадрата двоцифрових чисел, які мають 5 десятків.

До 25 додають цифру з розряду одиниць і до результату приписують справа квадрат числа одиниць так, щоб утворилося чотирицифрове число. Цей спосіб базується на тотожності:

$$(50 + a)^2 = 100 \cdot (25 + a) + a^2.$$

Приклади:

1) $51^2 = 2601$.

а) $25 + 1 = 26$, пишемо 26;

б) $1^2 = 1$, дописуємо 01.

2) $57^2 = 3249$.

а) $25 + 7 = 32$, пишемо 32;

б) $7^2 = 49$, дописуємо 49.

29. Множення чисел, що закінчуються на 5, різниця між якими дорівнює 20.

Щоб перемножити два таких числа, потрібно число десятків більшого числа помножити на число десятків меншого числа, збільшеного на 1, і від отриманого добутку відняти одиницю та приписати 25

Приклади:

1) $85 \cdot 65 = (8 \cdot 7 – 1)25 = 5525$,

2) $35 \cdot 55 = (4 \cdot 5 – 1)25 = 1925$.

30. Знаходження відсотків від числа 25.

Закріплюючи правило усного множення на 25, можна розв'язати такі приклади.

Щоб знайти 32 %, 26 %, 48 % тощо від числа 25, можна знаходити 25 % (тобто четверту частину) від чисел 32, 26, 48.

(Спочатку слід сказати учням, що знайти *а %* від *в* – це те саме, що знайти *в* % від числа *а.)*

31. Множення двоцифрових чисел, у яких однакові цифри десятків, а сума

одиниць дорівнює 10.

Щоб помножити два таких числа, слід число десятків помножити на це число, збільшене на 1, і приписати поряд добуток числа одиниць.
Приклади:
1) $26 \cdot 24 = (2 \cdot 3)24 = 624$;
2) $43 \cdot 47 = (4 \cdot 5)21 = 2021$;
3) $52 \cdot 58 = (5 \cdot 6)16 = 3016$;
4) $35 \cdot 35 = 1225$;
5) $75 \cdot 75 = 5625$.

32.Множення чисел, що закінчуються на 5, якщо різниця між числами дорівнює 10.

Щоб помножити 2 таких числа, слід помножити більше число десятків саме на себе, відняти від добутку 1 і дописати 75.
Пприклади:
1) $35 \cdot 45 = (4 \cdot 4 - 1)75 = 1575$;
2) $65 \cdot 55 = (6 \cdot 6 - 1)75 = 3575$.

3. Добування квадратного кореня.

$\sqrt{273529} = 523$.

а) Запис числа 273529 розбиваємо на групи по дві цифри;

$\sqrt{273529} = 523$
-25
235
-204
3129
-3129
0

б) для старшої групи цифр, що утворює число 27, підбираємо таке число, щоб його квадрат був найбільшим, але не перевищував числа 27; таким числом буде 5, його пишемо як першу цифру відповіді;

в) від старшої групи цифр віднімаємо квадрат першої цифри відповіді й до остачі дописуємо наступну групу цифр 35; маємо число 235;

г) подвоюємо записане у відповіді число 5 (10), приписуємо справа таку цифру, щоб добуток отриманого в результаті числа на цю цифру був найбільшим, але не перевищував числа 235; такою цифрою буде 2 (бо $102 \cdot 2 = 204 \leq 235$);

ґ) від числа 235 віднімаємо знайдений добуток 204 і до остачі приписуємо наступну групу цифр 29;

д) подвоюємо відповідь ($52 \cdot 2 = 104$), приписуємо справа таку цифру, щоб добуток отриманого в результаті числа на цю цифру був найбільшим, але не перевищував 3129; такою цифрою буде 3 (бо $1043 \cdot 3 = 3129$), її записуємо у відповідь

4. Застосування формул скороченого множення

1. Квадрат будь-яких чисел.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Першою із запропонованих формул зручно користуватися для обчислення квадрата чисел, що закінчуються цифрами 1, 2, 3, 4 або 5, а другою – цифрами 6, 7, 8 або 9.

Приклади:

1) $61^2 = (60 + 1)^2 = 3600 + 120 + 1 = 3721$;
2) $53^2 = (50 + 3)^2 = 2500 + 300 + 9 = 2809$;
3) $99^2 = (100 - 1)^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9801$;
4) $88^2 = (90 - 2)^2 = 8100 - 360 + 4 = 7744$.

2. Добуток чисел, що утворилися з круглого числа додаванням і відніманням одного й того самого числа.

Приклади:

1) $73 \cdot 87 = (80 + 7)(80 - 7) = 80^2 - T = 6400 - 49 = 6351$;
2) $42 \cdot 58 = (50 + 8)(50 - 8) = 50^2 - 8^2 = 2500 - 64 = 2436$;
3) $201 \cdot 199 = (200 + 1)(200 - 1) = 200^2 - 1^2 = 40\,000 - 1 = 39\,999$;
4) $101 \cdot 99 = (100 + 1)(100 - 1) = 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9999$.

5. Доведення подільності.

1. Доведіть, що:

а) $327^3 + 173^3$ ділиться на 500;
б) $731^3 - 631^3$ ділиться на 100.

Розв'язання

а) $327^3 + 173^3 = (327 + 173)(327^2 - 327 \cdot 173 + 173^2) = 500 \cdot (327^2 - 327 \cdot 173 + 173^2) \vdots 500$;

б) $731^3 - 631^3 = (731 - 631)(731^2 + 731 \cdot 631 + 631^2) = 100 \cdot (731^2 + 731 \cdot 631 + 631^2) \vdots 100$.

2. Чи ділиться значення виразу:

а) $38^3 + 37^3$ на 75;
б) $99^3 - 74^3$ на 25?

Розв'язання

а) $38^3 + 37^3 = (38 + 37)(38^2 - 38 \cdot 37 + 37^2) = 75 \cdot (38^2 - 38 \cdot 37 + 37^2) \vdots 75$;

б) $99^3 - 74^3 = (99 - 74)(99^2 + 99 \cdot 74 + 74^2) = 25 \cdot (99^2 + 99 \cdot 74 + 74^2) \vdots 25$.

Недооцінка значення усних обчислень і наступності у вивченні математики в усіх ланках є одним із істотних недоліків у викладанні математики.

Ці недоліки негативно впливають на засвоєння учнями не лише математики, але й окремих розділів курсу фізики та хімії.

Запропоновані прийоми усних обчислень підвищать обчислювальну культуру учнів.

Література

1. ЧекмаревЯ.Ф. Методика устных вычислений. — М.: Просвещение, 1970.

2. Ройтман П.Б., Минаева С.С., Прокофьева Н.С. Повышение вычислительной культуры учащихся. — М.: Просвещение, 1980.

3. Минаева С.С. Вычисления на уроках и внеклассных занятиях по математике. — М.: Просвещение, 1983.

4. Зубелевич Г.И. Занятия математического кружка. — М.: Просвещение, 1980.

5. Кухар В.М., Барничка Ю.Ю. Цікава математика. — К.: Рад. шк. 1975.

6. Математика в позаурочний час. /За ред. Г. М. Скобелєва, В.П. Бермана. – К.: Рад. шк., 1973.

Зміст